

LA MSP

➤ Les situations non standard (3^e partie)



➤ Par **Daniel LAFAYE** de MICHEAUX, directeur GPC System et **Alain PALSKY**.

Dans les deux articles précédents, nous avons traité de différentes situations "non standard" rencontrées couramment dans la pratique, pour lesquelles l'utilisation classique des cartes de contrôle n'est pas adaptée.

Les hypothèses sur le fonctionnement correct du processus que l'on suppose habituellement sont :

- constance dans le temps de la cible et de la variabilité de la grandeur mesurée ;
- indépendance statistique des mesures successives ;
- distribution normale (gaussienne) de la mesure.

Lorsque ces hypothèses ne sont pas vérifiées, il est nécessaire de modifier la méthode de contrôle.

Nous avons précédemment traité de mesures non gaussiennes et examiné les cas de mesures issus d'équipements parallèles ou de grandeurs régulées. Nous allons maintenant étudier le cas de mesures non stationnaires, c'est-à-dire ne vérifiant pas l'hypothèse 1, en commençant par la situation la plus simple et bien connue : une mesure sensible à un phénomène d'usure.

Phénomène d'usure

Une mesure typique dépendant d'un phénomène d'usure ou d'encrassement

est présentée en figure 1. Ce type de mesure est caractérisé par :

- des limites de spécification très larges par rapport à la variabilité court terme ;
- une dérive lente et régulière (croissante ou décroissante) de la moyenne de la mesure.

On définit alors une cible à atteindre après le réglage de l'outil ou le changement de la pièce usée. Lorsque la dérive est croissante, cette cible peut être située sur la limite de maîtrise inférieure **Lmi** (en **Lms** dans le cas contraire). On

laisse donc dériver la mesure jusqu'à atteindre la limite de maîtrise supérieure **Lms** ; on effectue alors un nouveau réglage ou un changement d'outil. Cette pratique permet d'assurer le respect des tolérances pour les mesures individuelles et de maximiser la durée entre deux réglages ou deux changements d'outils. Les valeurs **Lmi** et **Lms** doivent alors être calculées en utilisant les écarts types "court terme" dans les formules données dans les articles précédents :

$$\begin{aligned} Lms &= mrs - u (1 - \beta) \times \frac{s}{\sqrt{n}} \\ Lms &= mrs + u (1 - \beta) \times \frac{s}{\sqrt{n}} \end{aligned} \quad (1)$$

avec, pour des cartes aux moyennes :

$$\begin{aligned} mrs &= Ts - s \cdot u (1-p_0) \\ mri &= Ti + s \cdot u (1-p_0) \end{aligned} \quad (2)$$

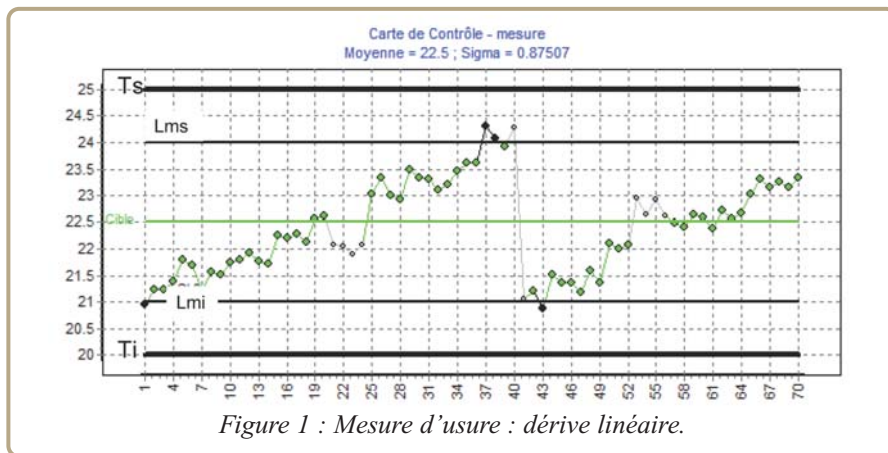
et, pour des cartes individuelles :

$$\begin{aligned} Lms &= Ts - s \cdot u (1-p_0) \\ Lmi &= Ti + s \cdot u (1-p_0) \end{aligned} \quad (3)$$

Rappelons rapidement les notations définies précédemment :

- **n** : taille fixe des échantillons ;
- **u** : inverse de la fonction de répartition de Gauss standard ;
- **p₀** : taux maximal de non-conformité accepté ;
- **α** : taux maximal de fausse alerte accepté ;
- **β** : taux maximal de non-détection accepté ;
- **T_s** et **T_i** : limites de tolérance supérieures et inférieures ;
- **mrs** et **mri** : moyennes refusables.

La figure 1 représente des données individuelles correspondant à **T_s** = 25, **T_i** = 20 et **s** = 0.2. On a choisi ici **Lms** = 24 et **Lmi** = 21, ce qui correspond à **p₀** = 3 · 10⁻⁷.



MSP

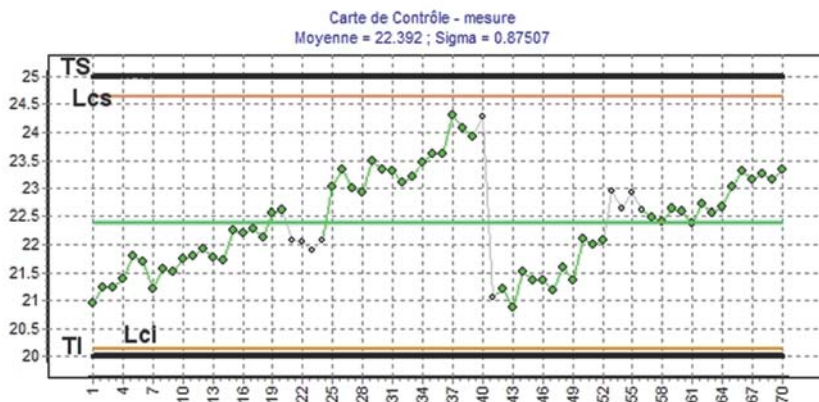


Figure 2 : Mesure d'usure : limites calculées sur le sigma long terme.

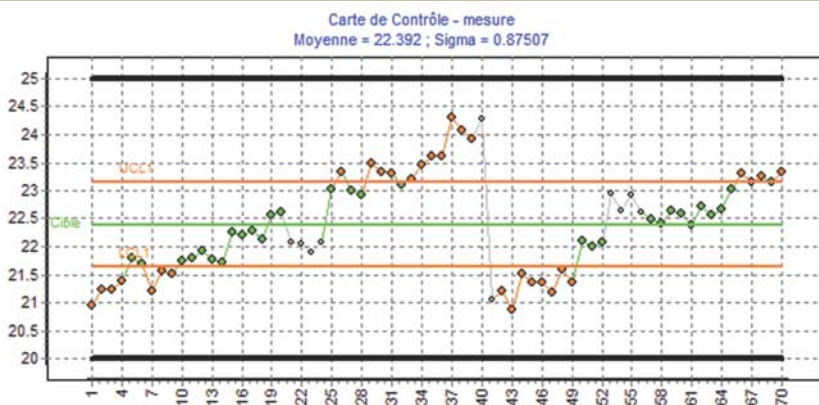


Figure 3 : Mesure d'usure : limites calculées sur le sigma court terme.

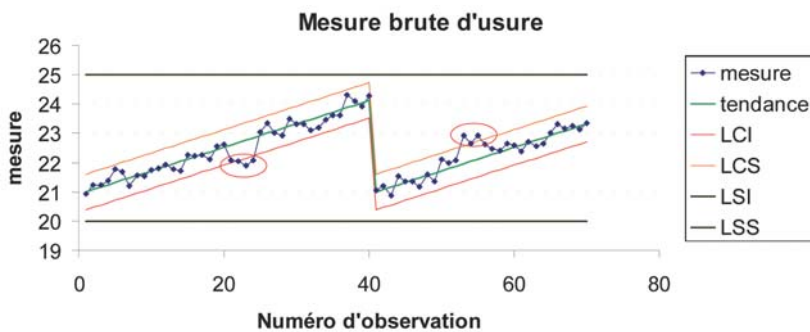


Figure 4 - Carte des mesures brutes : limites de contrôle variables.

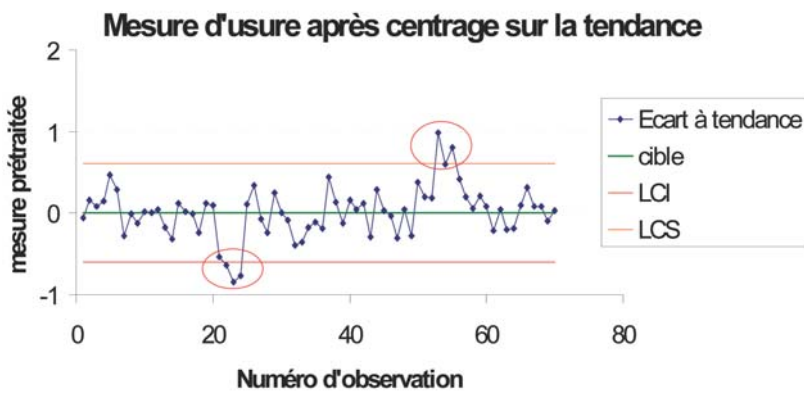


Figure 5 - Carte des écarts au modèle de dérive linéaire.

L'utilisation de cartes classiques de Shewhart n'est pas possible sur ces mesures. La figure 2 montre une carte dans laquelle les limites de contrôle Lci et Lcs ont été calculées pour une valeur classique $\alpha = 0.27\%$ en utilisant le sigma long terme : les limites de contrôle ne servent à rien, un incident même important ne serait pas détecté.

Dans la figure 3, les limites de contrôle sont basées sur le sigma court terme : un grand nombre d'observations sont déclarées à tort hors contrôle.

On conçoit bien que détecter un dysfonctionnement doit correspondre à détecter une observation qui s'éloigne de la bande où se situent normalement les observations correctes. Il s'agit donc de définir un modèle pour le bon fonctionnement du processus et une mesure de l'écart entre une observation et le modèle. Si cet écart est reconnu comme trop important, on considèrera que l'observation relève d'un dysfonctionnement.

Cette approche conduit à deux manières de construire une carte de contrôle :

- la carte de contrôle suit la mesure brute, elle présente alors des limites de contrôle qui ne sont pas constantes et ne figurent plus sous la forme classique de lignes horizontales (voir figure 4) ;
- la carte de contrôle suit l'écart au modèle (voir figure 5), elle propose des limites de contrôle constantes sous forme de lignes horizontales.

Ces deux cartes sont basées sur un même modèle de dérive linéaire, que nous allons préciser ci-dessous.

Le modèle associé à un phénomène d'usure

En fonctionnement correct, l'observation x_t de la mesure à l'instant t représentée par la figure 1 (ou pour le numéro de produit t) peut être modélisée par la formule :

$$x_t = Lmi + a \cdot (t - t_0) + \varepsilon_t \quad (4)$$

où le coefficient a désigne la pente de la droite de dérive, t_0 la date du dernier réglage et ε_t désigne une valeur aléatoire d'écart à la dérive, écart supposé suivre une distribution gaussienne de moyenne nulle et d'écart type σ_1 .

Suite de l'article page 75 ➤

Carte de contrôle sur données brutes

La carte de contrôle de la figure 4 représente donc les mesures brutes en précisant en vert la valeur centrale (moyenne) qui est la fonction linéaire de t :

$$m_t = Lmi + \hat{a} \cdot (t - t_0) \quad (5)$$

ainsi que les limites de contrôle supérieures et inférieures, qui sont également fonction de t :

$$\begin{aligned} Lci_t &= Lmi + \hat{a} \cdot (t - t_0) - 3 \cdot \hat{\sigma}_1 \\ Lcs_t &= Lmi + \hat{a} \cdot (t - t_0) + 3 \cdot \hat{\sigma}_1 \end{aligned} \quad (6)$$

\hat{a} et $\hat{\sigma}_1$ étant les estimations des valeurs inconnues a et σ_1 du modèle, valeurs que l'on évalue à partir des observations étudiées ou à partir d'observations antérieures.

Sur la figure 4 apparaissent clairement deux périodes de dysfonctionnement autour des dates $t = 21$ et $t = 55$.

Les estimations \hat{a} et $\hat{\sigma}_1$ sont obtenues en effectuant une régression linéaire simple de x_t sur $((t - t_0))$ (t_0 change d'une rampe à l'autre) : \hat{a} est la pente estimée de la droite de régression et $\hat{\sigma}_1$ l'écart type estimé des résidus de la régression. Pour cette estimation, il convient bien sûr de ne retenir que des observations associées à un bon fonctionnement (ici éliminer les observations 23 à 25 et 51 à 56).

Carte de contrôle sur écarts au modèle

Pour construire une telle carte, il convient tout d'abord d'estimer \hat{a} et $\hat{\sigma}_1$ comme indiqué plus haut. Ensuite, on trace la carte de l'estimation de l'écart au modèle $\hat{\varepsilon}_t$ défini par :

$$\hat{\varepsilon}_t = x_t - (Lmi + \hat{a} \cdot (t - t_0)) \quad (7)$$

Lorsque le fonctionnement est correct, cet indicateur suit une loi approximativement normale de moyenne nulle et d'écart type $\hat{\sigma}_1$. Il est donc possible de construire pour cet écart des cartes de Shewhart parfaitement classiques, munies de limites constantes :

$$\begin{aligned} Lci &= -3 \cdot \hat{\sigma}_1 \\ Lcs &= 3 \cdot \hat{\sigma}_1 \end{aligned} \quad (8)$$

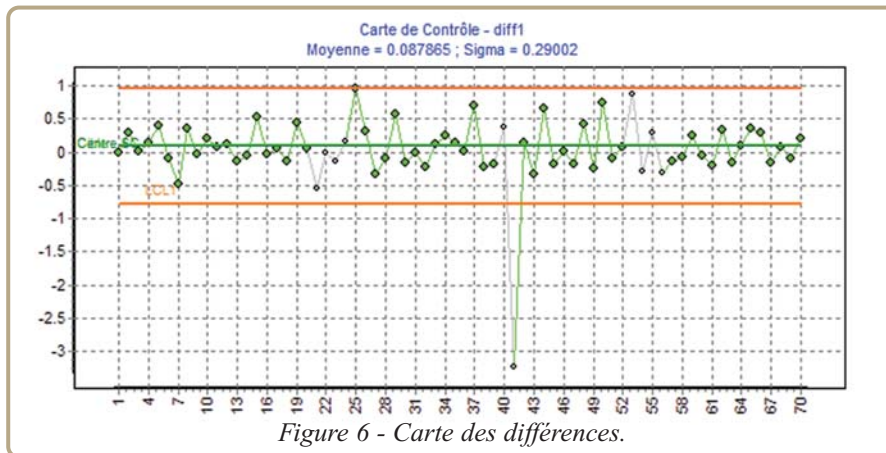


Figure 6 - Carte des différences.

Carte des différences

En construisant l'indicateur $\hat{\varepsilon}_t$ à partir de la mesure x_t nous avons voulu stabiliser (rendre stationnaire : moyenne et écart type constants dans le temps) une mesure qui initialement ne l'était pas. Il est possible d'obtenir, à partir de x_t , d'autres indicateurs stationnaires permettant cependant de détecter une perturbation inhabituelle de la moyenne ou de la variance. Ainsi :

$$D_t = x_t - x_{t-1} \quad (9)$$

peut s'écrire d'après le modèle (4)

$$D_t = a + (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}) \quad (10)$$

D'après les hypothèses faites sur ε_t , D_t admet une moyenne constante a , un écart type constant $\sigma_1 \cdot \sqrt{2}$, et suit une distribution gaussienne. Elle peut donc parfaitement être contrôlée par une carte classique (voir figure 6).

Si une perturbation Δ apparaît à l'instant t , la valeur mesurée devenant $x'_t = x_t + \Delta$, cette perturbation entachera de la même façon l'indicateur D_t qui devient $D'_t = D_t + \Delta$.

Deux remarques cependant :

- si la perturbation Δ est maintenue de l'instant t à l'instant $t + h$, elle ne sera perceptible sur la carte des D_t qu'aux deux seuls instants t et $t + h + 1$;
- l'écart type de D_t , qui vaut $\sigma_1 \cdot \sqrt{2}$, est plus important que celui de $\hat{\varepsilon}_t$; la perturbation Δ est donc moins visible sur la carte de contrôle de D_t que sur celle de $\hat{\varepsilon}_t$. Ainsi une faible perturbation Δ , maintenue sur plusieurs observations successives, pourra être détectée facilement sur la carte des données brutes

ou sur celle des $\hat{\varepsilon}_t$ sans être visible sur la carte des D_t .

Quelle carte choisir ?

La carte de contrôle sur données brutes est directement interprétable par l'opérateur, l'unité de mesure a une signification claire pour lui. Par ailleurs, on peut disposer sur cette carte les limites de tolérances ou les limites de maîtrise qui désignent le moment où il convient d'effectuer un réglage ou un changement d'outil.

On peut regretter que de telles cartes soient très rarement disponibles dans les logiciels de MSP, surtout si l'on désire pouvoir visualiser plusieurs rampes successives comme sur la figure 4.

La carte de contrôle sur les $\hat{\varepsilon}_t$, écarts au modèle de dérive linéaire, peut être tracée par n'importe quel logiciel MSP classique permettant d'appliquer une fonction linéaire sur les mesures. Elle doit cependant être complétée par un dispositif d'alarme pour déclencher le réglage en temps opportun.

La carte des différences D_t est, nous l'avons vu, moins sensible que les deux autres aux perturbations, elle pourra cependant être préférée lorsque la pente a de la dérive de x_t n'est pas parfaitement la même après chaque réglage.

Qualité références

Dans le prochain article, nous généraliserons la démarche utilisée ici à des mesures qui comportent des fluctuations de la moyenne plus complexes qu'une simple dérive linéaire. Il sera alors nécessaire d'utiliser des outils statistiques plus élaborés comme la fonction d'autocorrélation, la fonction d'autocorrélation partielle et les processus ARIMA.